**Qui hoạch động**

* Tham lam: xây dựng lời giải từng bước, tối ưu tiêu chuẩn cục bộ nào đó.
* Chia để trị: Chia bài toán thành các bài toán con độc lập, giải mỗi bài toán con cũng bằng thuật toán đó và kết hợp các lời giải cúa các bài toán con thành lời giải của bài toán ban đầu.
* Qui hoạch động: Chia bài toán thành một dãy các bài toán con chồng chéo lên nhau và xây dựng các bài toán con lớn dần lên cho đến bài toán ban đầu.

Ở đây xét các bài toán sau:

1. Xếp ba lô: cho n đồ vật khác nhau có các trong lượng và giá trị tương ứng và một chiếc ba lô chứa được W đơn vị khối lượng. Tìm các đồ vật cho vào ba lô sao cho tổng khối lượng không quá W và có giá trị tổng thể lớn nhất.
2. Tìm đường đi ngắn nhất (Ford-Bellman): Cho đồ thị có hướng, các cạnh có trọng số **có thể âm, dương tùy ý**. Tìm các đường đi ngắn nhất từ mỗi đỉnh đến một đỉnh cho trước (hoặc các đường đi ngắn nhất từ một đỉnh cho trước đến mỗi đỉnh khác).

**Bài toán 1:** Xếp ba lô. Cho n đồ vật khác nhau có các trong lượng tương ứng là

w1, w2, …, wn

và các giá trị tương ứng là

v1, v2, …, vn

và một chiếc ba lô chứa được W đơn vị khối lượng. Tìm các đồ vật cho vào ba lô sao cho tổng khối lượng không quá W và có giá trị tổng thể lớn nhất.

Ta thử giải bằng phương pháp tham lam theo các tiêu chí sau, ở mỗi bước lặp

* Chọn đồ vật có giá trị lớn nhất còn lại, xem có thể còn đủ chỗ cho vào ba lô được không
* Chọn đồ vật có khối lượng nhỏ nhất còn lại, xem có thể còn đủ chỗ cho vào ba lô được không
* Chọn đồ vật có tỷ lệ vi/wi lớn nhất còn lại, xem có thể còn đủ chỗ cho vào ba lô được không.

Phương pháp tham lam theo một trong các tiêu chí trí có thể không cho lời giải tối ưu (xem các phản ví dụ trong bài giảng Dynamic Programming 1).

Bài toán này chúng ta sẽ giải theo phương pháp Qui hoạch động.

**Định nghĩa:** Gọi OPT(i, w) là giá trị lớn nhất của **tập con** các đồ vật tỏng các đồ vật 1, 2, …, i với tổng trọng lượng không quá w.

**Trường hợp 1:** OPT(i, w) không chứa đồ vật thứ i. Khi đó

OPT(i, w) chọn các đồ vật trong số {1, 2, …, i-1} với giới hạn khối lượng là w.

**Trường hợp 2:** OPT(i, w) chọn đồ vật thứ i. Khi đó

Tính giới hạn khối lượng trừ đồ vật i: w’ = w – wi

OPT(i, w) chọn đồ vật i và chọn các đồ vật trong số {1, 2, …, i-1} với giới hạn khối lượng là w’ = w - wi. Do đó ta có công thức truy hồi sau:



Như vậy thuật toán xếp ba lô sẽ được giải theo thuật toán Qui hoạch động

(giải các bài toán tương tự từ nhỏ đến lớn và lưu nhớ lại kết quả để dùng cho các bài toán lớn mà không phải tính lại).

Các bài toán nhỏ được tăng dần theo số đồ vật được chọn {0, 1, 2, …, i} và giới hạn khối lượng cho phép w cũng tăng từ 1 đến W.



Ban đầu, nếu không được lấy đồ vật nào i = 0, thì với mọi w từ 0 đến W:

M[0, w] = 0 (M[0, w] chính là giá trị OTP(0, w) được lưu lại trong mảng M).

Sau đó vào 2 vòng lặp:

Vòng ngoài tăng dần i từ 1 đến n (cho phép chọn đồ vật trong số {1, 2, …, i})

Vòng trong cho phép giới hạn trọng lượng w tăng từ 1 đến W:

Và sử dụng công thức truy hồi dể tính M[i, w]

Kết quả trả về là M[n, W] tức là tổng giá trị lớn nhất cho phép lựa chọn trong số n đồ vật với tổng trọng lượng không quá W.

Mỗi khi lấy giá trị tối ưu ở các bước, lưu kèm giá trị tối ưu xem đồ vật thứ i đó có được lựa chọn không. Điều đó giúp tìm lời giải tối ưu cho bài toan ban đầu.

Xem ví dụ thuật toán Xếp ba lô trong Bài giảng Qui hoạch động 2 và phần Demo.

**Bài toán 2:** Tìm đường đi ngắn nhất (Ford-Bellman). Cho đồ thị có hướng, các cạnh có trọng số **có thể âm, dương tùy ý**. Tìm các đường đi ngắn nhất từ mỗi đỉnh đến một đỉnh cho trước (hoặc các đường đi ngắn nhất từ một đỉnh cho trước đến mỗi đỉnh khác).

**Xét ở file riêng**